

Centre d'Estudis MilxMil

Som especialistes en reforç escolar !



Engeguem la teva intel·ligència !

Sistemes d'equacions

- * Reducció**
- * Igualació**
- * Substitució**
- * Mètode gràfic**

SISTEMES D'EQUACIONS:

Un sistema d'equacions són dues o més equacions que compleixen certes igualtats per a uns valors determinats (solucions) de les incògnites. Dues equacions són equivalents quan tenen les mateixes solucions.

El nombre de solucions d'un sistema és igual al grau més gran de les equacions del sistema, tot i que en el conjunt dels nombres reals ($\mathbb{R}$) pot ser inferior quan apareixen arrels quadrades negatives:

$$\begin{cases} x+y=2 \\ x^2-2y=-1 \end{cases} : \text{el grau d'aquest sistema és dos perquè el grau més gran és dos}$$

$$x^2+4=0 \rightarrow x^2=-4 \rightarrow x=\sqrt{-4} \notin \mathbb{R} : \text{aquesta equació no té solució en } \mathbb{R}.$$

Un sistema d'equacions és lineal quan tots els termes de les equacions són de grau u. Quan alguna o totes les equacions del sistema són de grau dos o superior diem que és un sistema d'equacions no lineal.

$$\begin{cases} x+y=2 \\ 3x-2y=1 \end{cases} \quad \text{és un sistema d'equacions lineals}$$

$$\begin{cases} x+y=2 \\ 3x^2-2y=1 \end{cases} \quad \text{és un sistema d'equacions no lineal}$$

Mètode de reducció:

Consisteix en eliminar o reduir una de les incògnites del sistema d'equacions. Per a eliminar-la, multiplicarem cada equació pel coeficient de la incògnita que volem eliminar de l'altre equació.

Si eliminem les 'y':

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x - 4y = -7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4*) 2x + 3y = 8 \\ 3*) x - 4y = -7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 8x + 12y = 32 \\ 3x - 12y = -21 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 11x + 0y = 11 \\ x = \frac{11}{11} = 1 \\ y = \frac{8 - 2x}{3} = 2 \end{cases}$$

Si ara eliminem les 'x':

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x - 4y = -7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1*) 2x + 3y = 8 \\ 2*) x - 4y = -7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 2x - 8y = -14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} +2x + 3y = 8 \\ -2x + 8y = +14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} +2x + 3y = 8 \\ -2x + 8y = +14 \\ \hline 0x + 11y = 22 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = \frac{22}{11} = 2 \\ x = \frac{8 - 3y}{2} = 1 \end{cases}$$

Mètode d'igualació:

Per tal d'aplicar el mètode d'igualació, aïllarem la mateixa incògnita de cada equació i després igualarem ambdues expressions del sistema d'equacions:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x - 4y = -7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{8-3y}{2} \\ x = -7+4y \end{cases} \rightarrow \frac{8-3y}{2} = -7+4y$$

$$(8-3y) = 2 * (-7+4y) \rightarrow 8-3y = -14+8y$$

$$-3y - 8y = -14 - 8 \rightarrow -11y = -22 \rightarrow y = \frac{22}{11} = 2 \rightarrow x = \frac{8-3y}{2} = 1$$

Mètode de substitució:

En el mètode de substitució, aïllarem una de les incògnites i la substituïrem a l'altra equació:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x - 4y = -7 \end{cases} \rightarrow y = \frac{8 - 2x}{3} \rightarrow x - 4 * \left(\frac{8 - 2x}{3} \right) = -7 \rightarrow x - \frac{32 - 8x}{3} = -7$$

$$\frac{3x - 32 + 8x}{3} = \frac{-21}{3} \rightarrow 3x + 8x = -21 + 32$$

$$11x = 11 \rightarrow x = 1 \rightarrow y = \frac{8 - 2x}{3} \rightarrow y = 2$$

Si és possible, és convenient aïllar la incògnita que tingui coeficient u. De la segona equació, si aïllem la 'x' els càlculs posteriors seran una mica més senzills:

$$x = -7 + 4y \rightarrow 2(-7 + 4y) + 3y = 8 \rightarrow -14 + 8y + 3y = 8 \rightarrow 11y = 22 \rightarrow y = 2$$

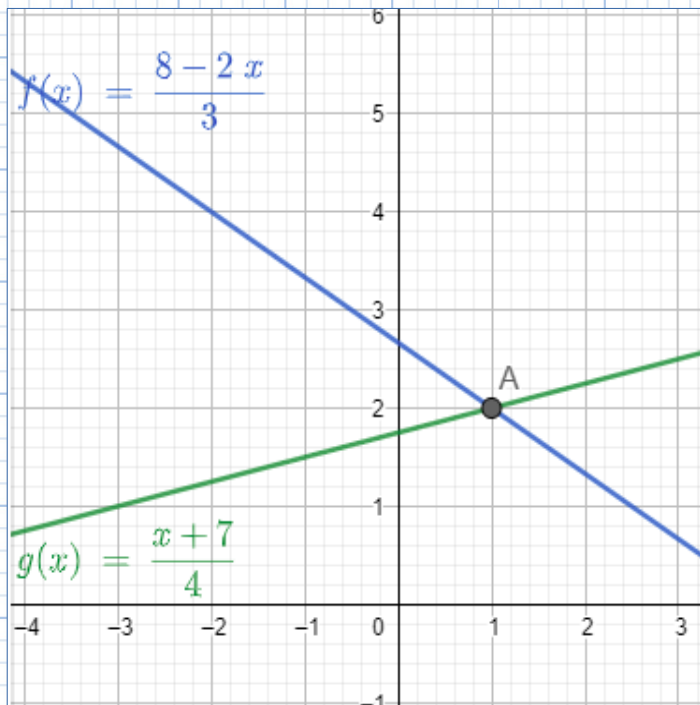
$$x = -7 + 4y = 1.$$

Mètode gràfic:

Quan resollem un sistema d'equacions lineal, la solució del sistema és el punt d'intersecció de les dues rectes.

Per a resoldre un sistema d'equacions pel mètode gràfic, aïllarem la 'y' de cada equació i les representarem en un mateix gràfic.

El punt d'intersecció d'ambdues rectes serà la solució del sistema:



$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x - 4y = -7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = \frac{8-2x}{3} \\ y = \frac{x+7}{4} \end{cases}$$